ちょっと進んだ演習問題

問題 1.　2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$　の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

で与えられる。ただし、$b^2 - 4ac < 0$ の場合には、2 つの虚数解を持ち、それらは、虚数単位 i $(i^2 = -1)$ を用いて、$x = \dfrac{-b \pm i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$ と表される。

キーボードから係数 $a,$ $,b,$ c を入力して、2 次方程式を解を求めるプログラムを作成せよ。

実行例 1

```
2 次方程式 ax^2 + bx + c = 0 の解法
係数 a を入力：1
係数 b を入力：-6
係数 c を入力：8
x1=4.000000
x2=2.000000
```

実行例 2

```
2 次方程式 ax^2 + bx + c = 0 の解法
係数 a を入力：2
係数 b を入力：6
係数 c を入力：9
x1=-1.500000+1.500000i
x1=-1.500000-1.500000i
```

問題 2.　整数 n をキーボードから入力して、

$$S = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}$$

を求めるプログラムを作成せよ。

実行例

```
整数を入力:10
1+2+2^2+2^3+…+2^9=1023


整数を入力:20
1+2+2^2+2^3+…+2^19=1048575
```

問題 3.　整数 n をキーボードから入力して、

$$S = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$

を求めるプログラムを作成せよ。

実行例

```
整数を入力：10
1+2^2+3^2+…+10^2=385

整数を入力：15
1+2^2+3^2+…+15^2=1240

整数を入力：20
1+2^2+3^2+…+20^2=2870
```

問題 4.　キーボードから　3 元連立 1 次方程式の係数を入力して解を求めるプログラムを作成せよ。

例 1

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 4 \\ 4x + y - 3z &= -2 \\ -x + 2y + 3z &= 2 \end{aligned}$$

の場合、

```
1 番目の方程式の係数を入力：
2 3 1 4
2 番目の方程式の係数を入力：
4 1 -3 -2
3 番目の方程式の係数を入力：
-1 2 2 2
x = 2.000000,  y =-1.000000,  z=3.000000
```

例 2

$$\begin{aligned} x + 3y \phantom{{}+3z} &= -6 \\ 2x + 4y + z &= -1 \\ x \phantom{{}+4y} + 3z &= 3 \end{aligned}$$

の場合、

```
1 番目の方程式の係数を入力：
1 3 0 -6
2 番目の方程式の係数を入力：
2 4 1 -1
3 番目の方程式の係数を入力：
1 0 3 3
x = 18.000000,  y =-8.000000,  z=-5.000000
```

問題 5.　キーボードから　2元連立1次方程式の係数を入力して掃き出し法によって解を求めるプログラムを作成せよ。

例 1

$$\begin{aligned} 3x + 7y &= 1 \\ x + 2y &= 0 \end{aligned}$$

の場合、

```
1 番目の方程式の係数を入力：
 3 7 1
2 番目の方程式の係数を入力：
1 2 0
x = -2.000000,  y =1.000000
```

例 2

$$\begin{aligned} 4x + 5y &= 6 \\ 3x + 4y &= 5 \end{aligned}$$

の場合、

```
1 番目の方程式の係数を入力：
4 5 6
2 番目の方程式の係数を入力：
3 4 5
x = -1.000000,  y =2.000000
```

例 3

$$\begin{aligned} 2x - y &= 1 \\ -x + 5y &= 6 \end{aligned}$$

の場合、

```
1 番目の方程式の係数を入力：
2 -1 1
2 番目の方程式の係数を入力：
-1 5 6
x = 1.222222,  y =1.444444
```

問題 6 3 次の正方行列から、その行列式の値を求める関数 determinant を作成し、実行例のようにキーボードから入力した行列の行列式の値を求めるプログラムを作成せよ。

```
#include<stdio.h>

double determinant(double a[3][3]){
   /*  ここに文を書きます。  */
}

int main(void){
   int i;
   double ddd;
   double a[3][3];

   printf("3行3列の行列に値を代入\n");

   for(i=0; i<3; i++){
      printf("%d行目の要素を代入\n", i+1);
      scanf("%lf %lf %lf", &a[i][0], &a[i][1], &a[i][2]);
   }

   ddd = determinant(a);

   printf("det=%f\n", ddd);

   return 0;
}
```

例 1

```
3行3列の行列に値を代入
1行目の要素を代入
3 2 1
2行目の要素を代入
5 1 7
3行目の要素を代入
1 0 -1
det=20.000000
```

例 2

3 行 3 列の行列に値を代入
1 行目の要素を代入
5.1 0 3.3
2 行目の要素を代入
8 1 0.5
3 行目の要素を代入
7.5 2 2.4
det=35.190000

問題 7 次ページのプログラムは、クラメールの方法に基づく 3 元連立 1 次方程式の解法を示したものである。空所を補ってプログラムを完成させなさい。

実行例 1

$$\begin{aligned} x+\ y+\ z&=1\\ 3x+4y+5z&=2\\ 2x+3y+4z&=0 \end{aligned}$$

の場合、

1 番目の方程式の係数を入力：
1 1 1 1
2 番目の方程式の係数を入力：
3 4 5 2
3 番目の方程式の係数を入力：
2 3 4 0
解は不定です。

実行例 2

$$\begin{aligned} x+3y+2z&=23\\ 2x+2y+5z&=29\\ x+4y+3z&=31 \end{aligned}$$

の場合、

1 番目の方程式の係数を入力：
1 3 2 23
2 番目の方程式の係数を入力：
2 2 5 29
3 番目の方程式の係数を入力：
1 4 3 31
x=2.000000
y=5.000000
z=3.000000

```
#include<stdio.h>
double determinant(double a[3][3]){
/* ここに文を書きます。  */
}

int main(void){

   int i, j, k;
   double x, y, z, dd, dx, dy, dz;
   double array[3][4];
   double ax[3][3], ay[3][3], az[3][3], ad[3][3];

   for(i=0; i<3; i++){
   /*  キーボードから方程式の係数を入力 */
   }

   for(i=0; i<3; i++){
      for(j=0; j<3; j++)
         ad[i][j] = array[i][j];
   }

   dd = determinant(ad);

   for(i=0; i<3; i++){
      for(j=0; j<3; j++){
         k=j;
         if(j==0)
           k=3;
         ax[i][j] = array[i][k];
      }
   }

   dx = determinant(ax);

   /*  dy の計算  */
   /*  dz の計算  */

   if(dd == 0)
      printf("解は不定です。\n");
   else{
      x=dx/dd;  y=dy/dd; z=dz/dd;

      printf("x=%f, y=%f, z=%f\n", x, y, z);
   }

   return 0;
}
```

問 8 キーボードから係数を入力し、2 元連立 1 次方程式を解くプログラムを作成せよ。

実行例 1

$$2x + 3y = 16$$
$$3x - 4y = \ \ 7$$

の場合、

```
1番目の方程式の係数を入力:
2 3 16
2番目の方程式の係数を入力:
3 -4 7
x=5.000000
y=2.000000
```

実行例 2

$$3x + 2y = \ \ 5$$
$$2x - 3y = 12$$

の場合、

```
1番目の方程式の係数を入力:
3 2 5
2番目の方程式の係数を入力:
2 -3 12
x=3.000000
y=-2.000000
```

実行例 3

$$x + y = 2$$
$$2x + 2y = 4$$

の場合、

```
1番目の方程式の係数を入力:
1 1 2
2番目の方程式の係数を入力:
2 2 4
解は不定です。
```

実行例 4

$$x + 2y = 3$$
$$2x + 4y = 5$$

の場合、

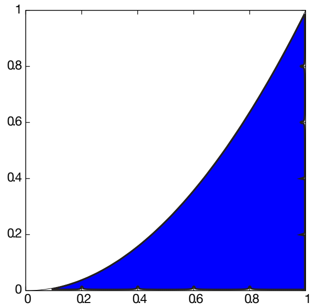
```
1番目の方程式の係数を入力:
1 2 3
2番目の方程式の係数を入力:
2 4 5
解は不能です。
```

問 9　0 から 9 までの乱数を 10000 コ発生させ、それらの発生数を配列 $n[i]$ $(i = 0$ 〜9) に格納して、表示するプログラムを作成せよ。但し、0 から 9 までの個数を数えるのに、switch 文を用いよ。

実行例

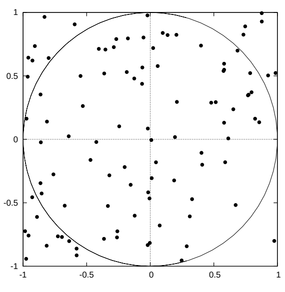
```
n[0]=1029
n[1]=976
n[2]=994
n[3]=1027
n[4]=962
n[5]=991
n[6]=1047
n[7]=999
n[8]=1013
n[9]=962
```

問 10　x 軸、直線 $x = 1$、および $y = x^2$ で囲まれた部分の面積 (青色部分) を 10000 コの乱数を使って求めよ。

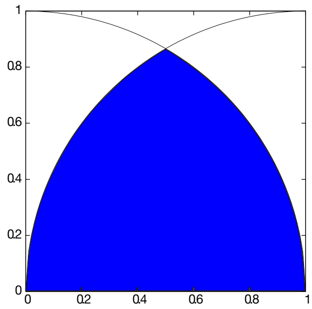


問 11　4 で割ると 1 余り、5 で割ると 3 余り、7 で割ると 2 余り、11 で割り切れる最も小さい数をもとめよ。
【ヒント】do 文を用いること。

問 12　$-1 < x < 1,\ -1 < y < 1$ の乱数を 10000 コ発生させ、単位円 $x^2 + y^2 = 1$ に含まれる点 $(x,\ y$ の個数を数えて円周率の値を求めよ。



問 13 下図の青色の部分の面積を 100000 個の点を用いてモンテカルロ法により求めよ。

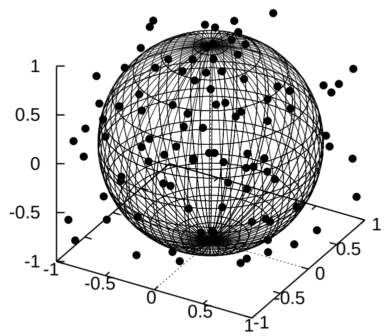


【注】理論的な計算によれば、青色も部分の面積は、

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0.614185$$

となる。

問 14 $-1 < x < 1,\ -1 < y < 1,\ -1 < z < 1$ の乱数を 100000 コ発生させ、単位球 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ に含まれる点 $(x,\ y,\ z$ の個数を数えて球の体積を求めよ



【注】半径 1 の球の体積は、

$$\frac{4\pi}{3} \approx 4.18879$$

である。