

演習問題 9 解答

問題 選択肢が3個あり、その中の正しいものに○をつけよという問が5題ある。ただし、正解は各問に1個ずつしかないものとする。まったくでたらめに○をつけたとした場合について以下の質問に答えよ。

1. 各問について正解する確率 p はいくらか。 $p = \frac{1}{3}$
2. 各問について不正解となる確率 q はいくらか。 $q = \frac{2}{3}$
3. x コ正解する確率 $P(x)$ を求めよ。
正解数 x を確率変数とすると、これは、 $n = 5$ 、 $p = 1/3$ 、 $q = 2/3$ の二項分布、 $P(x) = {}_5C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{5-x}$ に従う。
4. 平均するといくつ正解することになるか。 $\mu = np = 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$
5. 正解数の分散を求めよ。 $\sigma^2 = npq = 5 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$
6. 正解を1つ20点とした場合に、60点以上を合格としよう。
 - (a) 0点である確率はいくらか。 $p(0) = {}_5C_0 \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243} \simeq 0.132$
 - (b) 20点である確率はいくらか。 $p(1) = {}_5C_1 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{80}{243} \simeq 0.329$
 - (c) 40点である確率はいくらか。 $p(2) = {}_5C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{80}{243} \simeq 0.329$
 - (d) 60点をとれる確率はいくらか。 $p(3) = {}_5C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{243} \simeq 0.165$
 - (e) 80点をとれる確率はいくらか。 $p(4) = {}_5C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{10}{243} \simeq 0.041$
 - (f) 満点がとれる確率はいくらか。 $p(5) = {}_5C_5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{243} \simeq 0.004$
 - (g) 合格する確率は何パーセントか。
 $p(3) + p(4) + p(5) = \frac{40 + 10 + 1}{243} = \frac{51}{243} \times 100\% = 20.98\cdots \simeq 21\%$