

演習問題 7 解答

問題 1 男の子が生まれる確率と女の子が生まれる確率は、ほぼ等しく $1/2$ である。さて、「男の子を欲しがる家が多いと女の子がふえる」という説がある。なぜならば、「最初に女の子が生まれると、もう一人欲しくなる。次も女の子だと、どうしても男の子が欲しいので、また一人、もう一人と、男の子が生まれるまで頑張る。だから当然女の子の方が多くなる。」

家 庭	第 一 子	第 二 子	第 三 子	第 四 子	第 五 子	……
1	●					
2	○	●				
3	○	○	●			
4	○	○	○	●		
5	○	○	○	○	●	

この説は正しいか。確率計算を行なって真偽のほどを確かめてみよう。

- (1) x 番目に初めて男の子が生まれる確率 $p(x)$ を求めよ。

男の子の生まれる確率を $p = 1/2$ 、女の子の生まれる確率を $q = 1/2$ とすると、 x 番目に初めて男の子が生まれるので、 $p(x) = pq^{x-1}$ となる。これに $p = q = 1/2$ を代入すると、 $p(x) = \frac{1}{2^x}$ 。これは、 $p = q = 1/2$ の幾何分布である。

- (2) 一つの家庭に生まれる男児の数は何人か。

仮定により各家庭は、男の子が生まれると、もはや、子どもをもうけないので、1人

- (3) 一つの家庭に生まれる女児の数は平均すると何人か。

x 人の子どもがいる家庭の女の子の数は、 $(x-1)$ である。そして、その確率は、 $p(x)$ なので、 $\mu_{\text{女}} = \sum_{x=1}^{\infty} (x-1)p(x) = \mu - 1 = 1$ 人。 μ の値は、(4) を参照のこと。

- (4) 一つの家庭に生まれる子供の数の平均を求めよ。

$\mu = \frac{1}{p}$ に、 $p = 1/2$ を代入すると、 $\mu = 2$ 人

- (5) 一つの家庭に生まれる子供の数の分散を求めよ。

$\sigma^2 = \frac{q}{p^2}$ に $p = q = 1/2$ を代入すると、 $\sigma^2 = 2$ 人²

- (6) 「男の子を欲しがる家が多いと女の子がふえる。」という説は正しいか。理由とともに答えよ。

(2) と (3) より、各家庭の男の子の数は 1、女の子の数の平均は 1 である。ゆえに、この説は間違いである。

この説が誤りであることは、次のようにしても理解できる。

男の子と女の子の生まれる確率は、ともに $1/2$ なので、一番目が男の子の家庭と女の子の家庭は同数となる。一番目が女の子の家庭には、2番目の子どもが生まれるが、それが男の子である家庭と女の子である家庭の数は、再び、同数となる。このように、何番目に生まれてくる子どもの場合でも、男女は、同数になる。したがって、子ども全体として見た場合も、男女の数に偏りは起こらない。以下に、全世帯の数が 16 の場合の例を示す。

家庭	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1番目の子	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
2番目の子									●	●	●	●	○	○	○	○
3番目の子													●	●	○	○
4番目の子															●	○

表 1: 16 家族の場合における子どもの生まれ方 ● = 男の子, ○ = 女の子