

演習問題3 解答

問題. ある夜、タクシーがひき逃げ事故を起こした。目撃者の証言によると、ひいたのは青いタクシーであった。

その町で営業しているタクシー会社はグリーン社とブルー社の二社で、次のようなデータがある。

- 町を走るタクシーの85%はグリーン社の緑の車で、残りの15%はブルー社の青い車である。すなわち、 $P(\text{緑}_{走}) = 0.85$ 、 $P(\text{青}_{走}) = 0.15$ である。
- 夜の事故という状況で目撃者の証言がどれだけ信頼できるかを警察がテストしたところ、2つの色を正しく識別できる確率は80%、間違える確率は20%であった。これを、

$$P(\text{緑}_{目} | \text{緑}_{走}) = P(\text{青}_{目} | \text{青}_{走}) = 0.8, \quad P(\text{青}_{目} | \text{緑}_{走}) = P(\text{緑}_{目} | \text{青}_{走}) = 0.2$$

と書こう。

- 夜間に走行中のタクシーのうち、「青いタクシー」を「青いタクシー」と正しく認識する確率 $P(\text{青}_{目} \cap \text{青}_{走}) = P(\text{青}_{目} | \text{青}_{走})P(\text{青}_{走})$ はいくらか。

$$P(\text{青}_{目} \cap \text{青}_{走}) = P(\text{青}_{目} | \text{青}_{走})P(\text{青}_{走}) = 0.8 \times 0.15 = 0.12$$

- 夜間に走行中のタクシーのうち、「緑のタクシー」を「青のタクシー」と誤認する確率 $P(\text{青}_{目} \cap \text{緑}_{走}) = P(\text{青}_{目} | \text{緑}_{走})P(\text{緑}_{走})$ はいくらか。

$$P(\text{青}_{目} \cap \text{緑}_{走}) = P(\text{青}_{目} | \text{緑}_{走})P(\text{緑}_{走}) = 0.2 \times 0.85 = 0.17$$

- 夜間に「青いタクシーを目撃した」という証言が得られる確率 $P(\text{青}_{目})$ はいくらか。

$$P(\text{青}_{目}) = P(\text{青}_{目} \cap \text{青}_{走}) + P(\text{青}_{目} \cap \text{緑}_{走}) = 0.12 + 0.17 = 0.29$$

- 「青いタクシー」の目撃証言が得られたとき、それが実際に「青いタクシー」である確率、すなわち、ブルー社のタクシーが事故を起こした確率はいくらか。有効数字2桁で答えよ。

$$P(\text{青}_{事故}) = P(\text{青}_{走} | \text{青}_{目}) = \frac{P(\text{青}_{走} \cap \text{青}_{目})}{P(\text{青}_{目})} = \frac{0.12}{0.29} = \frac{12}{29} = 0.413 \dots \approx 0.41$$

すなわち、青いタクシーの目撃証言が得られたにもかかわらず、グリーン社の緑のタクシーが事故を起こした可能性の方が高い。

解説

図1は、ある町の夜のタクシーの運行状況を表している。(ア)と(イ)は、グリーン社の緑のタクシーの走っている割合を、(ウ)と(エ)は、ブルー社の青のタクシーの走っている割合である。

$$(ア)+(イ) = P(\text{緑}_{走}) = 85\%$$

$$(ウ)+(エ) = P(\text{青}_{走}) = 15\%$$

ところが、夜の事故だったので、目撃者は、タクシーの色を見誤った可能性がある。

(ア)は、緑のタクシーを緑と正しく認識した割合を表す。すなわち、 $P(\text{緑}_{目} \cap \text{緑}_{走})$

(イ)は、緑のタクシーを青と誤認した割合である。すなわち、 $P(\text{青}_{目} \cap \text{緑}_{走})$

(ウ)は、青のタクシーを青と正しく認識した割合を表す。すなわち、 $P(\text{青}_{目} \cap \text{青}_{走})$

(エ)は、青のタクシーを緑と誤認した割合である。すなわち、 $P(\text{緑}_{目} \cap \text{青}_{走})$

ところで、青のタクシーの目撃証言が得られた割合は、(イ)と(ウ)の合計である。

(イ)の割合は、 $P(\text{青}_{目} \cap \text{緑}_{走}) = P(\text{青}_{目} | \text{緑}_{走})P(\text{緑}_{走}) = 0.2 \times 0.85 = 0.17$ である。一方、(ウ)の割合は、 $P(\text{青}_{目} \cap \text{青}_{走}) = P(\text{青}_{目} | \text{青}_{走})P(\text{青}_{走}) = 0.8 \times 0.15 = 0.12$ ゆえに、青のタクシーを目撃する確率(イ)+(ウ)は、

$$P(\text{青}_{目}) = P(\text{青}_{目} \cap \text{緑}_{走}) + P(\text{青}_{目} \cap \text{青}_{走}) = 0.29$$

である。この目撃された青のタクシーのうち、実際に青のタクシーであった割合は、

$$P(\text{青}_{走} | \text{青}_{目}) = \frac{(ウ)}{(イ)+(ウ)} = \frac{P(\text{青}_{走} \cap \text{青}_{目})}{P(\text{青}_{目})} = \frac{0.12}{0.29} \approx 0.414$$

これが、ブルー社の青のタクシーが事故を起こした確率 $P(\text{青}_{事故})$ である。

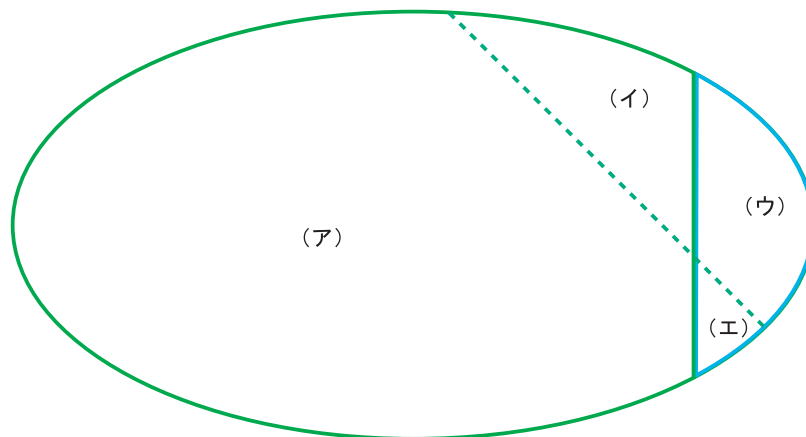


図1: ある町の夜のタクシー運行状況