

演習問題 11

問題 1.

[1] 20 本のくじの中に、賞金 100 円の当たりくじが 1 本ある。このくじを 1 本ずつ順に 2 本引く。このときに得る賞金を X 円とする。

- (1) 1 本目が当りくじである確率 $P(1_{\text{当}})$ はいくらか。 $P(1_{\text{当}}) = \frac{1}{20}$
- (2) 1 本目が外れくじである確率 $P(1_{\text{外}})$ はいくらか。 $P(1_{\text{外}}) = \frac{19}{20}$
- (3) 1 本目が外れくじであったとき、2 本目が当りくじである確率 $P(2_{\text{当}}|1_{\text{外}})$ はいくらか。 $P(2_{\text{当}}|1_{\text{外}}) = \frac{1}{19}$
- (4) 2 本目が当たりくじである確率 $P(2_{\text{当}}) = P(2_{\text{当}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}})$ はいくらか。
 $P(2_{\text{当}}) = P(2_{\text{当}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}}) = \frac{1}{19} \times \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$
- (5) 2 本のうち、1 本が当りくじである確率 $P(1_{\text{当}}) + P(2_{\text{当}})$ を求めよ。
 $P(1_{\text{当}}) + P(2_{\text{当}}) = \frac{1}{10} \left(= \frac{1 \times 19}{20C_2} = \frac{2 \times 19}{20 \times 19} \right)$
- (6) 2 本とも外れである確率 $P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{外}}) = P(2_{\text{外}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}})$ はいくらか。
 $P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{外}}) = P(2_{\text{外}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}}) = \frac{18}{19} \frac{19}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} \left(= \frac{19C_2}{20C_2} \right)$
- (7) X の期待値 (平均) を求めよ。 $\mu = 100 \times \frac{1}{10} = 10$ 円
- (8) X の分散を求めよ。 $\sigma^2 = 100^2 \times \frac{1}{10} - 10^2 = 900$

[2] 40 本のくじの中に、賞金 100 円のあたりくじが 2 本ある。このくじを 2 本引くときに得る賞金を X 円とする。

- (1) 2 本とも当たりくじとなる確率 $P(2_{\text{当}} \cap 1_{\text{当}}) = P(2_{\text{当}}|1_{\text{当}})P(1_{\text{当}})$ はいくらか。
 $P(2_{\text{当}} \cap 1_{\text{当}}) = P(2_{\text{当}}|1_{\text{当}})P(1_{\text{当}}) = \frac{1}{39} \frac{2}{40} = \frac{2}{1560} = \frac{1}{780} \left(= \frac{1}{40C_2} \right)$
- (2) 1 本目が当りで 2 本目が外れとなる確率 $P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{当}}) = P(2_{\text{外}}|1_{\text{当}})P(1_{\text{当}})$ はいくらか。
 $P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{当}}) = P(2_{\text{外}}|1_{\text{当}})P(1_{\text{当}}) = \frac{38}{39} \frac{2}{40} = \frac{38}{780} = \frac{19}{390}$
- (3) 1 本目が外れで 2 本目が当りとなる確率 $P(2_{\text{当}} \cap 1_{\text{外}}) = P(2_{\text{当}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}})$ はいくらか。
 $P(2_{\text{当}} \cap 1_{\text{外}}) = P(2_{\text{当}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}}) = \frac{2}{39} \frac{38}{40} = \frac{38}{780} = \frac{19}{390}$
- (4) 2 本のうち 1 本が当たりくじとなる確率 $P(2_{\text{当}} \cap 1_{\text{外}}) + P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{当}})$ はいくらか。
 $P(2_{\text{当}} \cap 1_{\text{外}}) + P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{当}}) = \frac{76}{780} = \frac{38}{390} = \frac{19}{195} \left(= \frac{2 \times 38}{40C_2} \right)$
- (5) 2 本とも外れである確率 $P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{外}}) = P(2_{\text{外}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}})$ はいくらか。
 $P(2_{\text{外}} \cap 1_{\text{外}}) = P(2_{\text{外}}|1_{\text{外}})P(1_{\text{外}}) = \frac{37}{39} \frac{38}{40} = \frac{703}{780} \left(= \frac{38C_2}{40C_2} \right)$
- (6) X の期待値 (平均) を求めよ。 $\mu = 100 \times \frac{76}{780} + 200 \times \frac{1}{780} = 10$
- (7) X の分散を求めよ。 $\sigma^2 = 100^2 \times \frac{76}{780} + 200^2 \times \frac{1}{780} - 10^2 = \frac{36100}{39} \approx 925.6410$

問題 2.

(1) 500 円玉と 100 円玉を同時に投げた場合に、2 枚とも表の出る確率はいくら
か。 目の出方は、全部で 4 通りだから、 $p = \frac{1}{4}$

(2) 500 円玉と 100 円玉を同時に投げる試行を 2 枚とも表の出るまで繰り返す。

(a) x 回目にはじめて 2 枚とも表が出たとする。確率 $P(x)$ を求めよ。 $P(x) = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}$

(b) x の平均を求めよ。 $\mu = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

(c) x の分散を求めよ。 $\sigma^2 = \frac{1 - \frac{1}{4}}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = 12$

問題 3. サイコロを 4 回振って 1 の目の出た回数を確率変数 X とおく。

(a) 確率 $P(x)$ を求めよ。 $P(x) = {}_4C_x \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{4-x}$

(b) x の平均を求めよ。 $\mu = 4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

(c) x の分散を求めよ。 $\sigma^2 = 4 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{9}$