

演習問題 7-2

問題 1 次の値を $a + ib$, (a, b は実数) の形で表せ。

(1) \sqrt{i}

$z = e^{i\theta} = \sqrt{i}$ とおくと、 $z^2 = e^{2i\theta} = i$ だから、 $2\theta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$, $n = 0, 1$ すなわち、

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \quad \therefore z = \pm e^{\frac{\pi}{4}i} = \pm \frac{1+i}{\sqrt{2}}$$

(2) $\sqrt[3]{i}$

$z = e^{i\theta} = \sqrt[3]{i}$ とおくと、 $z^3 = e^{3i\theta} = i$ だから、 $3\theta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$, $n = 0, 1, 2$. すなわち、

$$\theta = \frac{(1+4n)\pi}{6}, \quad \text{つまり、} \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}. \quad \therefore z = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, -i$$

(3) $\sqrt{2 - 2\sqrt{3}i}$

$z = 2e^{i\theta} = \sqrt{2 - 2\sqrt{3}i}$ とおくと、 $z^2 = 4e^{2i\theta} = 4\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ だから、

$$2\theta = \frac{5\pi}{3} + 2n\pi, \quad n = 0, 1. \quad \text{すなわち、} \theta = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

$$\therefore z = \pm (\sqrt{3} - i)$$