

演習問題 2

問題 1 次のベクトル \mathbf{a} , \mathbf{b} の内積を求めよ。

(1) $\mathbf{a} = (2, 3)$, $\mathbf{b} = (5, -4)$ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 10 - 12 = -2$

(2) $\mathbf{a} = (\sqrt{2}, 1)$, $\mathbf{b} = (3, -2\sqrt{2})$ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

(3) $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (3, -2, 1)$ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3 - 4 + 3 = 2$

問題 2 2つのベクトル \mathbf{a} , \mathbf{b} のなす角を求めよ。

(1) $\mathbf{a} = (\sqrt{3}, 0)$, $\mathbf{b} = (\sqrt{3}, 1)$ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2\sqrt{3} \cos \theta = 3$, $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

(2) $\mathbf{a} = (-1, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, 2)$ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3\sqrt{2} \cos \theta = 3$, $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

(3) $\mathbf{a} = (2, -3, 1)$, $\mathbf{b} = (-3, 1, 2)$ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 14 \cos \theta = -7$, $\cos \theta = -\frac{1}{2}$, $\therefore \theta = \frac{2\pi}{3}$

問題 3 2つのベクトル $\mathbf{a} = (1, -k, -2)$, $\mathbf{b} = (-1, k, k)$ が垂直になるように k の値を定めよ。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -1 - k^2 - 2k = 0, \text{ すなわち、} (k+1)^2 = 0, \therefore k = -1$$

問題 4 正六角形 ABCDEF において、 $AB = 2$ とする。次の内積を求めよ。

(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF} = 2^2 \cos 120^\circ = -2$

(2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \cdot 2 \cos 60^\circ = 2$

(3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 2\sqrt{3} \cos 30^\circ = 6$

(4) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = 4 \cdot 2 \cos 60^\circ = 4$

