情報数学　試験問題

問 1.　次の値を求めよ。

(1) ${}_5\mathrm{P}_3$　(2) ${}_7\mathrm{P}_1$　(3) ${}_6\mathrm{P}_4$　(4) ${}_4\mathrm{P}_4$　(5) $5!$
(6) ${}_{25}\mathrm{C}_0$　(7) ${}_{25}\mathrm{C}_3$　(8) ${}_{25}\mathrm{C}_{23}$　(9) ${}_3\mathrm{H}_5$　(10) ${}_4\mathrm{H}_9$

(1)　${}_5\mathrm{P}_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

(2)　${}_7\mathrm{P}_1 = 7$

(3)　${}_6\mathrm{P}_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

(4)　${}_4\mathrm{P}_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(5)　$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(6)　${}_{25}\mathrm{C}_0 = 1$

(7)　${}_{25}\mathrm{C}_3 = \dfrac{25 \times 24 \times 23}{3 \times 2 \times 1} = 2300$

(8)　${}_{25}\mathrm{C}_{23} = {}_{25}\mathrm{C}_2 = \dfrac{25 \times 24}{2 \times 1} = 300$

(9)　${}_3\mathrm{H}_5 = {}_7\mathrm{C}_5 = {}_7\mathrm{C}_2 = \dfrac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

(10)　${}_4\mathrm{H}_9 = {}_{12}\mathrm{C}_9 = {}_{12}\mathrm{C}_3 = \dfrac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$

問 2.　$\Omega = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ を全体集合とし、$A = \{2,\ 4,\ 6\}$, $B = \{4,\ 5,\ 6\}$ する。

(1)　Ω の部分集合の総数を求めよ。$2^6 = 64$

(2)　$A \cup B$ を求めよ。$A \cup B = \{2,\ 4,\ 5,\ 6\}$

(3)　$A \cap B$ を求めよ。$A \cap B = \{4,\ 6\}$

(4)　$A^c \cup B$ を求めよ。ただし、A^c は A の補集合とする。$A^c \cup B = \{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

(5)　$A \cap B^c$ を求めよ。ただし、B^c は B の補集合とする。$A \cap B^c = \{2\}$

問 3.　命題 P を『泥棒の始まりが石川の五右衛門(ごえもん)なら、博打(ばくち)打ちの始まりが熊坂(くまさか)の長範(ちょうはん)』とおく。

(1) 命題 P の逆を述べよ。
博打打ちの始まりが熊坂の長範なら、泥棒の始まりが石川の五右衛門である。

(2) 命題 P の裏を述べよ。
泥棒の始まりが石川の五右衛門でないなら、博打打ちの始まりが熊坂の長範ではない。

(3) 命題 P の対偶を述べよ。
博打打ちの始まりが熊坂の長範でないなら、泥棒の始まりが石川の五右衛門ではない。

問 4. ある国の動物園において飼育している動物の種について調査をしたところ、ア、イのことがわかった。

ア： ライオンのいる動物園には、トラもゾウもいない。

イ： トラのいない動物園には、ライオンかゾウがいる。

これから確実にいえるのはどれか。全ての番号を答よ。

1. ライオンのいない動物園には、トラもゾウもいる。
2. トラのいる動物園には、ゾウもいる。
3. トラかゾウのいる動物園には、ライオンがいない。
4. ゾウのいる動物園には、ライオンもトラもいる。
5. ゾウのいる動物園には、ライオンもトラもいない。
6. ライオンもゾウのいない動物園には、トラがいる。

ライオン、トラ、ゾウがいるか、いないかで場合分けをすると、全部で 8 通りの可能性がある。

場合	ライオン	トラ	ゾウ	$\neg$ト $\wedge \neg$ゾ	ラ $\vee$ ゾ	ラ $\to \neg$ト $\wedge \neg$ゾ	$\neg$ト $\to$ ラ $\vee$ ゾ
I	1	1	1	0	1	0	1
II	1	1	0	0	1	0	1
III	1	0	1	0	1	0	1
IV	1	0	0	1	1	1	1
V	0	1	1	0	1	1	1
VI	0	1	0	0	0	1	1
VII	0	0	1	0	1	1	1
VIII	0	0	0	1	0	1	0

調査結果アより I, II, III の場合はないことが分かる。さらに、調査結果イより VIII の場合もないことが分かる。これらの事柄から、考えられるのは、IV, V, VI, VII の場合である。その場合に確実に言えることは、3 (アの対偶) と 6(イの対偶) である。

問 5. 青大の先生について調査したところ、次の ① と ② が成り立つことが分かった。

① 理屈っぽくて議論好きな先生は学生に好かれない。

② 青大の教師は議論好きだ。

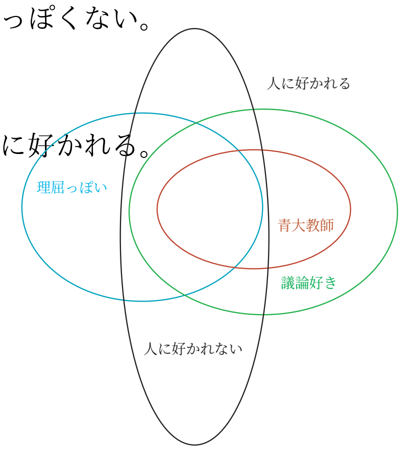
以上の前提から確実に言えることはどれか。記号で答えよ。

(ア) 青大の教師は学生に好かれない。

(イ) 青大の教師で学生に好かれる先生は理屈っぽくない。

(ウ) 理屈っぽくなければ青大の教師でない。

(エ) 議論が嫌いか理屈っぽくない先生は学生に好かれる。



それぞれの性質を持つ人からなる集合を定義して、① と ② の関係を図に表すと右のようなる。この図より、(ア), (ウ), (エ) は成り立たないことがわかる。唯一成り立つのは、(イ) だけなので、(答) (イ)

問 6. 男子 4 人と女子 4 人がいる。

(1) 全員を一列に並べる方法は何通りあるか。
$_8P_8 = 8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$ 通り

(2) 男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。
男子を○，女子を○で表すと、全員の並べ方は、
○ ○ ○ ○ ○ ○○ ○　または、　○ ○ ○ ○ ○○ ○ ○となる。
男子の並べ方　$_4P_4 = 4! = 24$ 通り
女子の並べ方　$_4P_4 = 4! = 24$ 通り
求める並べ方は、　$2 \times 24 \times 24 = 1152$ 通り

(3) 全員の中から 3 人を選出する方法は何通りあるか。
$_8\mathrm{C}_3 = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ 通り

(4) 男子を 3 人選出する方法は何通りあるか。
$_4\mathrm{C}_3 = {}_4\mathrm{C}_1 = 4$ 通り

(5) 男子を 2 人、女子を 1 人選出する方法は何通りあるか。
$_4\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_1 = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 4 = 24$ 通り

(6) 男子を 1 人、女子を 2 人選出方法は何通りあるか。
$4 \times {}_4\mathrm{C}_2 = 4 \times \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 24$ 通り

問 7. 社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

i. 英語の話せる者は 31 人、中国語の話せる者は 25 人、韓国語の話せる者は 20 人だった。

ii. 英語と中国語の話せる者は 10 人いた。

iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。

iv. 英語と韓国語の話せる者は 8 人いた。

v. 外国語のまったく話せない社員は 7 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3ヶ国語とも話せる者は何人か。
英語の話せる者の集合を E，中国語の話せる者の集合を C，韓国語の話せる者の集合を K とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、$65 - 7 = 31 + 25 + 20 - 10 - 7 - 8 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、$|E \cap C \cap K| = 7$ 人 (答)

問 8. A，B，C，D の 4 人がいて、次のような証言が得られた。

i. A :「D は正直者だ。」

ii. B :「C か D は嘘つきだ。」

iii. C :「B は正直者だ。」

4 人のうち 1 人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。

『A が正直ものならば、D も正直者である。』これを $A \to D$ と書こう。すると、A と C の証言についての真理値表を作ると、

場合	A	B	C	D	$\neg C \vee \neg D$	$A \to D$	$C \to B$	$B \to \neg C \vee \neg D$
[1]	0	1	1	1	0	1	1	0
[2]	1	0	1	1	0	1	0	1
[3]	1	1	0	1	1	1	1	1
[4]	1	1	1	0	1	0	1	1

$A \to D$ と $C \to B$ と $B \to \neg C \vee \neg D$ が成り立つのは、[3] の場合だけである。ゆえに、嘘つきは C である。

問 9 5 コの数字、0, 1, 2, 3, 4 の中から異なる 4 つの数字を選んでできる、次のような整数は何個あるか。

i. 4 桁の整数
千の位は、1, 2, 3, 4 の 4 通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、${}_4\mathrm{P}_3$ 通り。
ゆえに、$4 \times {}_4\mathrm{P}_3 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ 通り

ii. 4 桁の偶数
一の位は、0, 2, 4 の 3 通り。一の位の数字が 0 の場合、残り 4 コの数字を千、百、十の位に並べる方法は、${}_4\mathrm{P}_3 = 24$ 通り。一方、一の位の数字が 2 または、4 の場合、千の位の数は、0 と一の位の数を除いた 3 通り。百と十の位の数字の並べ方は、${}_3\mathrm{P}_2$ 通りだから、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 36$ 通り。ゆえに、全部合わせて、$24 + 36 = 60$ 通り。

iii. 4 桁の奇数
一の位は、1, 3 の 2 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。ところがこの 4 コには 0 も含まれている。千の位の数字は 0 にはなれないので、千の位に置ける数字は 3 通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、${}_3P_2 = 6$ 通り。ゆえに、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ 通り。

問 10. イチゴケーキとチーズケーキとチョコレートケーキを全部で 7 個買いたい。

(1) 何通りの買い方があるか。ただし、どれかの種類を含まないことがあっても良いものとする。
これは、3 種類のものから重複を許して 7 コを選ぶ場合の数であるから、
${}_3\mathrm{H}_7 = {}_9\mathrm{C}_7 = {}_9\mathrm{C}_2 = \dfrac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 36$ 通りである。

(2) 3 種類のケーキを必ず含むことにすると、何通りの買い方があるか。
最初に 3 種類のものを 1 コずつ選ぶと、残りは 4 コである。3 種類のものから重複を許して 4 コを選ぶ場合の数は、
${}_3\mathrm{H}_4 = {}_6\mathrm{C}_4 = {}_6\mathrm{C}_2 = \dfrac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$ 通りである。