# 2021 年度　情報数学　試験問題解答

**問 1.**　次の値を求めよ。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (1) ${}_6\mathrm{P}_4$ | (2) ${}_7\mathrm{P}_3$ | (3) ${}_5\mathrm{P}_0$ | (4) ${}_5\mathrm{P}_5$ | (5) $4!$ |
| (6) ${}_{23}\mathrm{C}_0$ | (7) ${}_{23}\mathrm{C}_3$ | (8) ${}_{23}\mathrm{C}_{21}$ | (9) ${}_4\mathrm{H}_4$ | (10) ${}_2\mathrm{H}_9$ |

(1)　${}_6\mathrm{P}_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

(2)　${}_7\mathrm{P}_3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$

(3)　${}_5\mathrm{P}_0 = 1$

(4)　${}_5\mathrm{P}_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(5)　$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(6)　${}_{23}\mathrm{C}_0 = 1$

(7)　${}_{23}\mathrm{C}_3 = \dfrac{23 \times 22 \times 21}{3 \times 2 \times 1} = 1771$

(8)　${}_{23}\mathrm{C}_{21} = {}_{23}\mathrm{C}_2 = \dfrac{23 \times 22}{2 \times 1} = 253$

(9)　${}_4\mathrm{H}_4 = {}_7\mathrm{C}_4 = {}_7\mathrm{C}_3 = \dfrac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$

(10)　${}_2\mathrm{H}_9 = {}_{10}\mathrm{C}_9 = {}_{10}\mathrm{C}_1 = 10$

**問 2.**　$\Omega = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g\}$ を全体集合とし、$P = \{b,\ d,\ f\},\ \ Q = \{d,\ e,\ f,\ g\}$ する。

(1)　$\Omega$ の部分集合の総数を求めよ。$2^7 = 128$

(2)　$P \cup Q$ を求めよ。$P \cup Q = \{b,\ d,\ e,\ f,\ g\}$

(3)　$P \cap Q$ を求めよ。$P \cap Q = \{d,\ f\}$

(4)　$P^c \cup Q$ を求めよ。ただし、$P^c$ は $P$ の補集合とする。$P^c \cup Q = \{a,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g\}$

(5)　$P \cap Q^c$ を求めよ。ただし、$Q^c$ は $Q$ の補集合とする。$P \cap Q^c = \{b\}$

**問 3.**　命題：『心頭滅却(しんとうめっきゃく)すれば火もまた涼し』について以下の問いに答えよ。

(1) 逆を述べよ。
　(答)　火もまた涼しければ心頭滅却している

(2) 裏を述べよ。
　(答)　心頭滅却していなければ火もまた涼しくない

(3) 対偶を述べよ。
　(答)　火もまた涼しくなければ心頭滅却していない

**問 4.**　ある集団においてゲームについての調査をしたところ、ア，イのことがわかった。

ア　囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。

イ　将棋のできないものは、囲碁かチェスができる。

これから確実に言えることはどれか。番号で答えよ。

1.　将棋のできるものは、チェスもできる。

2. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。

3. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。

4. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。

5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。

6. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。

3 つのゲームについてできる (1) かできない (0) かで分類すると 8 通りの場合が考えられる。それらが、条件ア，イを満たすかどうか調べてみると、

| ケース | 囲碁 | 将棋 | チェス | |
|---|---|---|---|---|
| (a) | 1 | 1 | 1 | ×（アより） |
| (b) | 1 | 1 | 0 | ×（アより） |
| (c) | 1 | 0 | 1 | ×（アより） |
| (d) | 1 | 0 | 0 | |
| (e) | 0 | 1 | 1 | |
| (f) | 0 | 1 | 0 | |
| (g) | 0 | 0 | 1 | |
| (h) | 0 | 0 | 0 | ×（イより） |

ア，イから、(d)，(e)，(f)，(g) のケースが考えられる。

1. 将棋のできるものは、チェスもできる。 (f) より×

2. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。 (e)，(g) より×

3. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。 (f)，(g) より×

4. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。 ○

5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。 (e) より×

6. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。 ○

ゆえに、確実に言えるのは、4 番と 6 番である。

**問 5.** 青大の先生について調査したところ、次の ① と ② が成り立つことが分かった。

① 理屈っぽくて議論好きな先生は学生に好かれない。

② 青大の教師は議論好きだ。

以上の前提から確実に言えることはどれか。記号で答えよ。

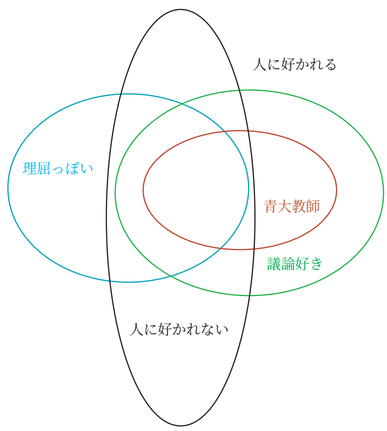
(ア) 青大の教師は学生に好かれない。

(イ) 青大の教師で学生に好かれる先生は理屈っぽくない。

(ウ) 理屈っぽくなければ青大の教師でない。

(エ) 議論が嫌いか理屈っぽくない先生は学生に好かれる。

それぞれの性質を持つ人からなる集合を定義して、① と ② の関係を図に表すと右のようなる。この図より、(ア)，(ウ)，(エ) は成り立たないことがわかる。唯一成り立つのは、(イ) だけなので、(答) (イ)



**問 6.** 男子 5 人と女子 4 人がいる。

(1) 全員を一列に並べる方法は何通りあるか。
$_9P_9 = 9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362880$ 通り

(2) 男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。
男子を○，女子を○で表すと、全員の並べ方は、 ○ ○ ○ ○ ○ ○○ ○ ○となる。
男子の並べ方 $_5P_5 = 5! = 120$ 通り
女子の並べ方 $_4P_4 = 4! = 24$ 通り
求める並べ方は、 $120 \times 24 = 2880$ 通り

(3) 全員の中から 3 人を選出する方法は何通りあるか。
$_9\mathrm{C}_3 = \dfrac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ 通り

(4) 男子を 3 人選出する方法は何通りあるか。
$_5\mathrm{C}_3 = {}_5\mathrm{C}_2 = \dfrac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ 通り

(5) 男子を 2 人、女子を 1 人選出する方法は何通りあるか。
$_5\mathrm{C}_2 \times 4 = \dfrac{5 \times 4}{2 \times 1} \times 4 = 40$ 通り

(6) 男子を 1 人、女子を 2 人選出方法は何通りあるか。
$5 \times {}_4\mathrm{C}_2 = 5 \times \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 30$ 通り

**問 7.** 社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

i. 英語の話せる者は 32 人、中国語の話せる者は 27 人、韓国語の話せる者は 21 人だった。

ii. 英語と中国語の話せる者は 12 人いた。

iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。

iv. 英語と韓国語の話せる者は 10 人いた。

v. 外国語のまったく話せない社員は 6 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3ヶ国語とも話せる者は何人か。
英語の話せる者の集合を $E$，中国語の話せる者の集合を $C$，韓国語の話せる者の集合を $K$ とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、$65 - 6 = 32 + 27 + 21 - 12 - 7 - 10 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、$|E \cap C \cap K| = 8$ 人 (答)

**問 8.** A，B，C，D の 4 人がいて、次のような証言が得られた。

i. A :「D は正直者だ。」

ii. B :「A は嘘つきだ。」

iii. C :「B は嘘つきだ。」

4 人のうち 1 人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。
『A が正直ものならば、D も正直者である。』これを A → D と書こう。A と B と C の証言についての真理値表を作ると、

| 場合 | A | B | C | D | ¬A | ¬B | A → D | B → ¬A | C → ¬B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [1] | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| [2] | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| [3] | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| [4] | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$A \to D$ と $B \to \neg A$ と $C \to \neg B$ が成り立つのは、[2] の場合だけである。ゆえに、嘘つきは B である。

**問 9** 5 コの数字、0, 1, 2, 3, 4 の中から異なる 4 つの数字を選んでできる、次のような整数は何個あるか。

i. 4 桁の整数
千の位は、1, 2, 3, 4 の 4 通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、${}_4\mathrm{P}_3$ 通り。
ゆえに、$4 \times {}_4\mathrm{P}_3 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ 通り

ii. 4 桁の偶数
一の位は、0, 2, 4 の 3 通り。一の位の数字が 0 の場合、残り 4 コの数字を千、百、十の位に並べる方法は、${}_4\mathrm{P}_3 = 24$ 通り。一方、一の位の数字が 2 または、4 の場合、千の位の数は、0 と一の位の数を除いた 3 通り。百と十の位の数字の並べ方は、${}_3\mathrm{P}_2$ 通りだから、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 36$ 通り。ゆえに、全部合わせて、$24 + 36 = 60$ 通り。

iii. 4 桁の奇数
一の位は、1, 3 の 2 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。ところがこの 4 コには 0 も含まれている。千の位の数字は 0 にはなれないので、千の位に置ける数字は 3 通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、${}_3P_2 = 6$ 通り。ゆえに、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ 通り。

**問 10.** イチゴケーキとチーズケーキとチョコレートケーキを全部で 9 個買いたい。

(1) 何通りの買い方があるか。ただし、どれかの種類を含まないことがあっても良いものとする。
これは、3 種類のものから重複を許して 9 コを選ぶ場合の数であるから、
${}_3\mathrm{H}_9 = {}_{11}\mathrm{C}_9 = {}_{11}\mathrm{C}_2 = \dfrac{11 \cdot 10}{2 \cdot 1} = 55$ 通りである。

(2) 3 種類のケーキを必ず含むことにすると、何通りの買い方があるか。
最初に 3 種類のものを 1 コずつ選ぶと、残りは 6 コである。3 種類のものから重複を許して 6 コを選ぶ場合の数は、
${}_3\mathrm{H}_6 = {}_8\mathrm{C}_6 = {}_8\mathrm{C}_2 = \dfrac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$ 通りである。