練習問題 5

問題 1.

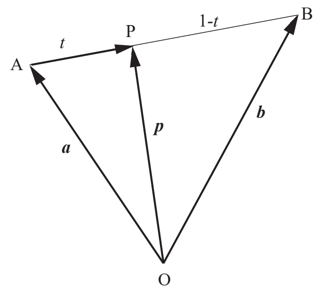
2 点 A($\boldsymbol{a}$), B($\boldsymbol{b}$) を $t:(1-t)$ に内分する点 P の位置ベクトル $\boldsymbol{p}$ は、

$$\overrightarrow{AP} = \boldsymbol{p} - \boldsymbol{a} = t(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a})$$

より、$\boldsymbol{p} = (1-t)\boldsymbol{a} + t\boldsymbol{b}$ で与えられることがわかる。また、

$$\boldsymbol{p} = (x_p,\ y_p), \quad \boldsymbol{a} = (x_a,\ y_a), \quad \boldsymbol{b} = (x_b,\ y_b)$$

とすると、$x_p = (1-t)x_a + tx_b, \qquad y_p = (1-t)y_a + ty_b$
と書ける。
以上のことを用いて、以下の問に答えよ。



3 つの制御点を、$\vec{P}_0 = (0,\ 0),\ \vec{P}_1 = (1,\ 1),\ \vec{P}_2 = (2,\ 0)$ とする 2 次ベジエ曲線について考えよう。

1. 2 点 $\vec{P}_0$ と $\vec{P}_1$ を $t:(1-t)$ に内分する点を $\vec{P}_a = (x_a(t),\ y_a(t))$ とする。$x_a(t),\ y_a(t)$ を t の関数として求めよ。
   $\vec{P}_a = (1-t)\vec{P}_0 + t\vec{P}_1$ より、$(x_a(t),\ y_a(t)) = (t,\ t)$。すなわち、$x_a(t) = t,\ y_a(t) = t$

2. 2 点 $\vec{P}_1$ と $\vec{P}_2$ を $t:(1-t)$ に内分する点を $\vec{P}_b = (x_b(t),\ y_b(t))$ とする。$x_b(t),\ y_b(t)$ を t の関数として求めよ。
   $\vec{P}_b = (1-t)\vec{P}_1 + t\vec{P}_2$ より、$(x_b(t),\ y_b(t)) = (1+t,\ 1-t)$。すなわち、
   $x_b(t) = 1+t,\ y_b(t) = 1-t$

3. 2 点 $\vec{P}_a$ と $\vec{P}_b$ を $t:(1-t)$ に内分する点を $\vec{P}(t) = (x(t),\ y(t))$ とする。$x(t),\ y(t)$ を t の関数として求めよ。
   $\vec{P}(t) = (1-t)\vec{P}_a + t\vec{P}_b$ より、$(x(t),\ y(t)) = (2t,\ 2t(1-t))$。すなわち、
   $x(t) = 2t,\ y_a(t) = 2t(1-t)$

4. 曲線 $\vec{P}(t) = (x(t),\ y(t))$ を陽関数形式、すなわち、$y = f(x)$ の形で表せ。
   $t = \dfrac{x}{2}$ を $y = 2t(1-t)$ に代入して、$y = \dfrac{1}{2}x(2-x)$ を得る。