

演習問題 18

問題 1 次の 2 次不等式を解け。

(1) $(x - 3)(x - 5) > 0$

$x < 3, x > 5$

(2) $(x + 3)(x - 2) \leq 0$

$-3 \leq x \leq 2$

(3) $x^2 - 7x + 12 < 0$

$(x - 3)(x - 4) < 0$ より、 $3 < x < 4$

(4) $x^2 + 3x - 4 \geq 0$

$(x + 4)(x - 1) \geq 0$ より、 $x \leq -4, x \geq 1$

(5) $-x^2 + 3x - 2 < 0$

両辺に -1 を掛けると、 $x^2 - 3x + 2 > 0$ 、すなわち、 $(x - 2)(x - 1) > 0$
ゆえに、 $x < 1, x > 2$

(6) $x^2 + 6x + 9 > 0$

$(x + 3)^2 > 0$ より、 -3 以外のすべての実数

(7) $x^2 - 8x + 16 \geq 0$

$(x - 4)^2 \geq 0$ より、すべての実数

(8) $x^2 + 6x + 10 > 0$

$\frac{D}{4} = 3^2 - 10 = -1 < 0$ 。ゆえに、すべての実数

(9) $x^2 - 4x + 5 < 0$

$\frac{D}{4} = 2^2 - 5 = -1 < 0$ 、ゆえに、解なし

問題 2 2 次関数 $y = 2x^2 + 2kx + k^2 - 1 = 0$ の解の種類は、 k 値によってどのように変わるか。

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2(k^2 - 1) = -(k^2 - 2) = -(k - \sqrt{2})(k + \sqrt{2})$$

ゆえに、

$-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$ のとき、 $D > 0$ で、異なる 2 つの実数解

$k = \pm\sqrt{2}$ のとき、 $D = 0$ で、ただ 1 つの実数解 (重解)

$k < -\sqrt{2}, k > \sqrt{2}$ のとき、 $D < 0$ で、異なる 2 つの虚数解